



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD  
PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS  
AÑO 2023

MODELO

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir **una** de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente **a los cuatro ejercicios** de que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

PUNTUACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 1 Hora y 30 minutos

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (2,5 puntos)

Represéntese gráficamente la región del plano S definida por las inecuaciones:

$$\begin{cases} 8x + 3y \leq 480 \\ 8x + 7y \geq 560 \\ y \geq 4x \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Calcúlense, además, los puntos de la región S donde la función  $f(x, y) = 3x + y$  alcanza sus valores máximo y mínimo.

**Ejercicio 2.** (3 puntos)

La relación entre el coste medio de fabricación (Euros) y la producción de un determinado producto (miles de Kg) viene dado por una función definida por  $f(x) = ax^2 + bx + c$

- Sabiendo que estos costes ascienden a 43 Euros si la producción es de 1000 Kg, que son 36 Euros si se producen 2000 Kg y que la derivada segunda de la función coste es igual a 2, determinar dicha función de costes medios.
- Dermínese los intervalos de crecimiento y decrecimiento de  $f(x)$ .
- Obténgase la producción óptima de la fabricación y sus costes medios.

**Ejercicio 3.** (2 puntos)

En un día elegido al azar la probabilidad de que Juan se traslade al colegio en coche, bicicleta ó a pie es de  $1/2$ ,  $1/6$  y  $1/3$ , respectivamente. La probabilidad de llegar tarde utilizando estos medios de transporte es  $1/5$ ,  $2/5$  y  $1/10$ , respectivamente. Calcúlese la probabilidad para un día elegido al azar de que:

- Juan no llegue tarde al colegio.
- Juan no haya ido al colegio a pie si se sabe que ha llegado tarde.

**Ejercicio 4.** (2,5 puntos)

Sea una variable aleatoria con distribución normal de media desconocida  $\mu$  y desviación típica 5.

- Si se toma una muestra aleatoria de tamaño 25 y el valor de la media muestral es 70. Dermínese un intervalo de confianza al 95% para  $\mu$ .
- Para una muestra de tamaño 12 y sabiendo que  $\mu = 70$ , calcúlese que la probabilidad de que la suma de los 12 valores sea mayor o igual que 855.

## OPCIÓN B

### **Ejercicio 1.** (3 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones,

$$\begin{cases} mx + 2y + 6z = 0 \\ 2x + my + 4z = 2 \\ 2x + my + 6z = 0 \end{cases}$$

- a) Estúdiase la compatibilidad del sistema en función de los valores de  $m$ .
- b) Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- c) Resuélvase el sistema para  $m = 1$ .

### **Ejercicio 2.** (2,5 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por  $f(x) = x^3 - 27 + axe^{x^2}$

- a) Determinése la primitiva de la función  $f(x)$ .
- b) Para  $a = 0$ , determinése el área de la región acodada delimitada por la gráfica de  $f(x)$ , el eje de abscisas y por las rectas  $x = 2$  y  $x = 4$ .

### **Ejercicio 3.** (2,5 puntos)

El resultado de la encuesta realizada a 120 mujeres acerca del dinero gastado en rebajas viene dado en la siguiente tabla:

Dinero (Euros)	[0-50]	(50-100]	(100-150]	(150-200]	(200-250]	(250-300]
Nº Mujeres	6	24	50	20	12	8

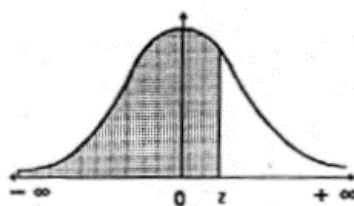
- a) Dibújese el polígono de frecuencias acumulativas.
- b) Calcúlese el gasto mediano.
- c) Esta misma encuesta es realizada a un conjunto de hombres y el valor de la mediana resulta ser 160 Euros, compárese el gasto de las mujeres en relación con el de los hombres.

### **Ejercicio 4.** (2 puntos)

Una urna contiene 5 bolas negras y 7 blancas. El experimento consiste en elegir aleatoriamente una bola de la urna, anotar su color y lanzar una moneda. Cuando la bola seleccionada es negra, se lanza una moneda trucada con probabilidad  $2/3$  de obtener cara y si la bola es blanca se lanza una moneda sin trucar. Calcúlese la probabilidad de que al extraer una bola de la urna y lanzar la moneda apropiada:

- a) Se obtenga cara.
- b) Se haya extraído una bola negra sabiendo que el resultado de lanzar la moneda ha sido cara.

## FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL N(0;1)



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z, con distribución N(0;1), esté por debajo del valor z.

**CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN**  
**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**  
**OPCION A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima 2,5 puntos)

- Representación de S: 1,5 puntos; Cálculo correcto de los valores máximo y mínimo: 1,0 punto.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima 3 puntos)

- Un punto por cada apartado, correctamente resuelto.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima 2 puntos)

- a) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Probabilidad correcta: 0,5 puntos.
- b) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Probabilidad correcta: 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima 2,5 puntos)

- a) Cálculo correcto de  $z_{\alpha/2}$ : 0,25 puntos. Expresión correcta del intervalo: 0,5 puntos. Cálculo correcto del intervalo: 0,5 puntos.
- b) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Probabilidad correcta: 0,75 puntos.

**OPCION B**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima 3 puntos)

- a) Determinación de los valores críticos: 0,75 puntos, Discusión de casos: 0,75 puntos.
- b) Resolución Correcta: 0,75 puntos.
- c) Resolución Correcta: 0,75 puntos.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima 2,5 puntos)

- a) Planteamiento correcto: 0,75 puntos. Cálculo de la primitiva: 0,5 puntos
- b) Planteamiento correcto: 1,0 punto. Cálculo del área: 0,25 puntos.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima 2,5 puntos)

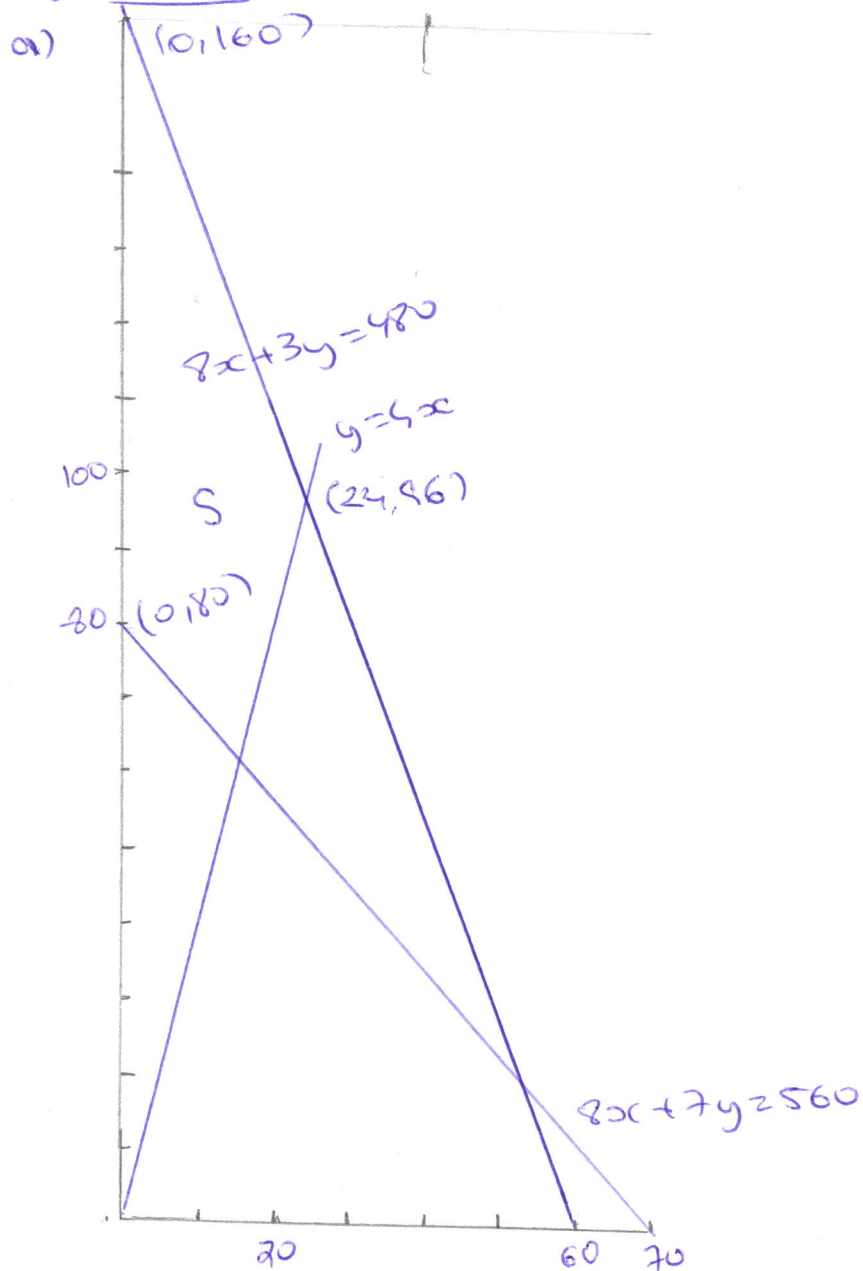
- a) Gráfico correcto: 1,0 puntos.
- b) Calculo correcto de la mediana: 1,0 punto.
- c) Razonamiento correcto: 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima 2 puntos)

- a) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Probabilidad correcta: 0,5 puntos.
- b) Planteamiento correcto: 0,5 puntos. Probabilidad correcta: 0,5 puntos.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II  
SOLUCIONES

## OPCIÓN A

Ejercicio 1

b) Punto mínimo  $(0, 80)$ ;  $f(0, 80) = 80$

Punto máximo  $(24, 96)$ ;  $f(24, 96) = 168$

## Ejercicio 2

$$a) f'(x) = 2ax + b \quad f''(x) = 2a$$

$$\begin{cases} 43 = a + b + c \\ 36 = 4a + 2b + c \\ 2a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a = 1 \\ b = -10 \\ c = 52 \end{matrix}$$

Por tanto  $f(x) = x^2 - 10x + 52$

b) Puesto que se trata de una parábola, tiene un mínimo ya que  $a > 0$

$$f'(x) = 2x - 10 = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ hay un mínimo}$$

$(-\infty, 5)$  intervalo de decrecimiento

$(5, \infty)$  intervalo de crecimiento

c) La producción óptima se obtiene para  $x = 5$   
con un coste medio de producción de

$$f(5) = 27 \text{ Euros}$$

## Ejercicio 3

$$a) P(\text{no llegar tarde}) = \frac{1}{2} \frac{4}{5} + \frac{1}{6} \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \frac{9}{10} = \frac{4}{5}$$

$$b) P(\text{no ha ido a pie} | \text{ha llegado tarde}) =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \frac{2}{5}}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{5}{6}$$

## Ejercicio 4

a)

$$z_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.96 \frac{s}{\sqrt{25}}$$

$$IC = (68.04; 71.96)$$

$$\begin{aligned} b) P(\bar{X} > 71.25) &= 1 - P\left(Z \leq \frac{71.25 - 70}{s/\sqrt{12}}\right) = \\ &= 1 - P(Z \leq 0.866) = 1 - 0.8051 = 0.1949 \end{aligned}$$

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1

$$a) \begin{vmatrix} m & 2 & 6 \\ 2 & m & 4 \\ 2 & m & 6 \end{vmatrix} = 2(m^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Para  $m \neq \pm 2 \Rightarrow \text{SCD}$

Para  $m = 2 \Rightarrow \text{SCI}$

Para  $m = -2 \Rightarrow \text{SI}$

b) Para  $m = 2$

$$\begin{cases} 2x + 2y + 6z = 0 \\ 2x + 2y + 4z = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = -1 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

c) Para  $m = -2$

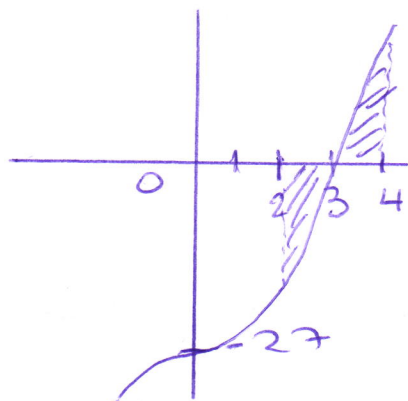
$$\begin{cases} x + 2y + 6 = 0 \\ 2x + y + 4 = 2 \\ 2x + y + 6 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = -1 \end{cases}$$

### Ejercicio 2

$$a) \int f(x) dx = \int (x^3 - 27 + ax e^{x^2}) dx = \\ = \frac{x^4}{4} - 27x + \frac{a}{2} e^{x^2} + C$$



b) Para  $a=0$ ,  $f(x)=x^3-27$



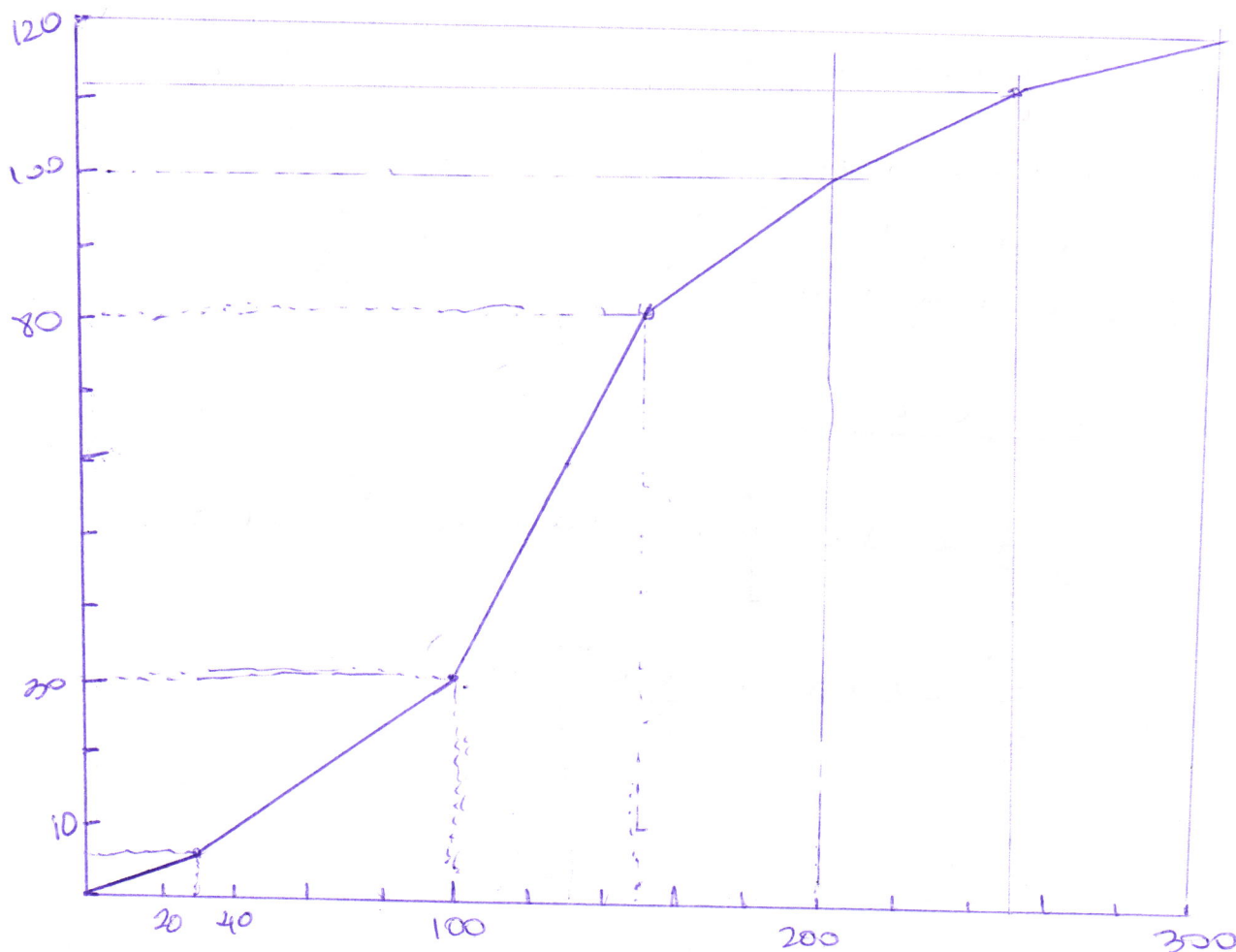
$$\int_2^3 (x^3 - 27) dx = \left[ \frac{1}{4} x^4 - 27x \right]_2^3 = -\frac{43}{4}$$

$$\int_3^4 (x^3 - 27) dx = \left[ \frac{1}{4} x^4 - 27x \right]_3^4 = \frac{67}{4}$$

$$\text{Area} = \frac{43}{4} + \frac{67}{4} = \frac{55}{2}$$

### Ejercicio 3

a)



b)

$$Me = 100 + \frac{60 - 30}{50} \times 50 = 130$$

c) Los hombres gastaron más que las mujeres con una mediana mayor que la de las mujeres

④

a)

$$P(\text{cara}) = \frac{5}{12} \times \frac{2}{3} + \frac{7}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{41}{72}$$

$$b) P(\text{bola negra} | \text{cara}) = \frac{5/2 \frac{2}{3}}{\frac{41}{72}} = \frac{20}{41}$$