UAM Universidad Autónoma de Madrid	**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID** PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria **2023** **MATERIA: MATEMÁTICAS II**	**ESPECÍFICA**

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: Escoja entre una de las dos opciones A o B. Lea con atención y detenimiento los enunciados de las cuestiones y responda de manera razonada a los puntos concretos que se preguntan en la opción elegida.

DURACIÓN: 90 minutos

CALIFICACIÓN: Se indica en cada apartado.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Dada la matriz A= $\begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$, se pide:

a. **(0,75 puntos)** Calcular la matriz inversa, A^{-1}, en caso de que sea posible
b. **(0,75 puntos)** Obtener una matriz B, tal que A·B=I, siendo I la matriz identidad
c. **(1 punto)** Obtener una matriz C que cumpla A·C=A+C

Ejercicio 2. (2,5 puntos) Para la función $\mathrm{f(x) = ax^2 + bx + c}$ calcular los valores de a, b y c sabiendo que

- $\mathrm{f(0) = 1}$
- $\int_0^1 \mathrm{f(x)dx} = 2$
- Tiene un máximo absoluto en x=2

Ejercicio 3.

a. **(1,25 puntos)** Dadas las rectas r y s, comprobar que son secantes y calcular el ángulo que forman entre ellas

r: $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$ s: $2x - 5y + 7 = 0$

b. **(1,25 puntos)** Determinar los valores de a y b para que la recta t: $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{a}$ esté contenida en el plano π: $x + 2y - z + b = 0$

Ejercicio 4. En una asociación de cinéfilos, hay dos películas en particular tales que, al menos, una de ellas es su favorita para todos los miembros. Para el 60% de los miembros, esta película es “Amanece que no es poco” y para otro 60% de ellos es “El Padrino”.

Calcular:

a. **(0,75 puntos)** La probabilidad de que para un miembro, ambas películas sean sus favoritas
b. **(0,75 puntos)** La probabilidad de que solo “El Padrino” sea su película favorita
c. **(1 punto)** Se toma a un miembro al azar y se sabe que “El Padrino” es una de sus películas favoritas, determinar la probabilidad de que la otra película sea también su favorita.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Dado el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \alpha x + y + z = -1 \\ x + y + z = 1 \\ x + y + \alpha z = 2 \end{cases}$$

Se pide:

a. **(1,5 puntos)** Discutir el sistema en función del parámetro α
b. **(1 punto)** Resolver el sistema para $\alpha=2$

Ejercicio 2. Sea la función $f(x) = \frac{1}{x^2+2x-3}$ se pide:

a. **(1,75 puntos)** Estudiar y obtener, si existen, las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
b. **(0,75 puntos)** Estudiar y obtener valores máximos, mínimos y puntos de inflexión.

Ejercicio 3. Dado un plano π que contiene al punto A = (2, 1, 0), se pide:

a. **(1,25 puntos)** Determinar la ecuación de π sabiendo que el punto B = (0, 0, -2) pertenece a una recta perpendicular al plano y que pasa por el punto A
b. **(1,25 puntos)** Determinar la ecuación de un plano ϕ, paralelo a π, que esté a una distancia de 4 unidades de este

Ejercicio 4. Sean las funciones $f(x) = 8 - 2x^2$ y $g(x) = \frac{x}{2} + 3$, se pide:

a. **(0,75 puntos)** Calcular el área entre f(x) y el eje de abscisas.
b. **(0,75 puntos)** Representar gráficamente ambas funciones
c. **(1 punto)** Calcula el área comprendida entre las funciones f(x) y g(x)

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

a. Planteamiento: 0,25 puntos. Obtención de la matriz inversa: 0,5 puntos.
b. - Si lo resuelve con ecuaciones: planteamiento 0,25 puntos, resolución 0,25 puntos (no llega a 0,75 puntos)
   - Si razona que esa es la definición de matriz inversa y pone directamente la del primer punto: 0,75 puntos
c. Planteamiento: 0,25 puntos. Solución correcta: 0,5 puntos.

Ejercicio 2.

Obtener la ecuación de la primera condición: 0,25 puntos. Obtener la ecuación de la segunda condición: 0,75 puntos. Obtener la ecuación de la tercera condición: 0,75 puntos. Comprobar que el punto singular es un máximo: 0,25 puntos. Resolver: 05 puntos.

Ejercicio 3.

a. Comprobación de que son secantes: 0,5 puntos. Planteamiento de la ecuación para el cálculo del ángulo: 0,5 puntos. Resolución: 025 puntos
b. Planteamiento: 0,5 puntos. Estudio del rango: 0,5 puntos. Resultado correcto: 0,25 puntos.

Ejercicio 4.

a. Planteamiento: 0,25 puntos. Valor correcto: 0,5 puntos.
b. Planteamiento: 0,25 puntos. Valor correcto: 0,5 puntos.
c. Planteamiento: 0,5 puntos. Valor correcto: 0,5 puntos

UAM Universidad Autónoma de Madrid	**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID** PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria **2023** **MATERIA: MATEMÁTICAS II**	**ESPECÍFICA**

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

a. Planteamiento de la matriz de coeficientes: 0,5 puntos. Obtención de los valores singulares: 0,5 puntos. Discusión: 0,5 puntos
b. Planteamiento: 0,5 puntos. Solución correcta: 0,5 puntos.

Ejercicio 2.

a. Planteamiento: 0,25 puntos. Cada asíntota: 0,5 puntos.
b. Planteamiento: 0,25 puntos. Cálculo de máximos, mínimos y puntos de inflexión: 0,5 puntos.

Ejercicio 3.

a. Planteamiento: 0,25. Cálculo del vector normal al plano: 0,5. Obtención de la ecuación del plano: 0,5 puntos.
b. Planteamiento: 0,25 puntos. Aplicación de la fórmula de la distancia: 0,5. Obtención de la ecuación del plano: 0,25 por cada ecuación

Ejercicio 4.

a. Planteamiento: 0,25 puntos. Resolver la integral: 0,5 puntos.
b. Representar f(x): 0,5 puntos. Representar g(x): 0,25 puntos.
c. Planteamiento: 0,25 puntos. Calcular los extremos de la integral: 0,35 puntos. Resolver la integral: 0,5 puntos

SOLUCIONES

OPCIÓN A

Ejercicio 1.

a. Como el determinante de la matriz es distinto de 0, sí es invertible. $A^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{-7}{20} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{5} & 0 \end{pmatrix}$

b. A·B=I es la definición de matriz inversa, por tanto la matriz B es la inversa de A, obtenida en el punto anterior.

c. $C=\begin{pmatrix} \frac{10}{13} & \frac{5}{26} \\ \frac{2}{13} & \frac{27}{26} \end{pmatrix}$

Ejercicio 2.

$f(0)=1$ → Sustituyendo en la ecuación f(0)= c, por lo que c=1 ecuación (1)

$\int_0^1 f(x)dx = (\frac{a}{3}x^3+\frac{b}{2}x^2+cx\,)_0^1$ → $\frac{a}{3}+\frac{b}{2}=1$ ecuación (2)

Tiene un máximo absoluto en x=2

f'(x)=2ax+b Igualando a cero y con x=2, se obtiene 4a=-b ecuación (3)

Resolviendo el sistema de las tres ecuaciones (1), (2) y (3), se obtiene que a=-3/5, b=12/5 y c=1

Ejercicio 3.

a. Vector director de r: (-3,4) y de s: (5,2).

$\frac{4}{2} \neq \frac{3}{-5}$, por lo tanto son secantes

$\cos\alpha = \frac{\left|\vec{r}\,\vec{s}\right|}{\left|\vec{u}\right|\left|\vec{v}\right|} = 0{,}2599$, por lo que α=74,93º

b. Se pasa la ecuación de la recta a implícita y se forma un sistema de 3 ecuaciones junto con la ecuación del plano

$$\begin{cases} x-ay=0 \\ y-z=1 \\ 2x-3y+z=-b \end{cases}$$

Para que la recta esté incluida en el plano, r(M)=r(M')=2

$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & a & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 0$ a=3 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -b \end{vmatrix} = 0$ b=--3

Ejercicio 4.

Sea A es el conjunto de miembros cuya película favorita es “Amanece que no es poco y P “El Padrino”. Se tiene que p(A) = 0,6 y p(P)=0,6

a. Como A∪P son todos (p(A∪P=1) → p(A∩P)=p(A) + p(P) – p(A∪B) = 0,2
b. Sea FA los que solo tienen como favorita la película “Amanece que no es poco”, entonces p(FA)=p(A)-p(A∩P) = 0,4
c. Se pide p(A/P)

$$p(A/P)=\frac{p(A\cap P)}{p(P)} = \frac{1}{3}$$

	UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Convocatoria **2023** **MATERIA: MATEMÁTICAS II**	**ESPECÍFICA**

OPCIÓN B

Ejercicio 1.

a. Situación a discutir para α=1

   Si α=1 r(M)=1 y r(M')=2, por lo que es S-I

   Si $\alpha \neq 1$ r(M)=r(M')=3, por lo que es S.C.D

b. Para α=2, x=-2; y=2y z=1

Ejercicio 2.

a. Asíntotas verticales en x=1 y x=-3
   Asíntotas horizontales en y=0
   Oblícuas no hay

b. Con f'(x)=0 se obtiene un único punto crítico en x=-1. Como f''(-1)<0 se trata de un máximo

Ejercicio 3. Dado un plano π que contiene al punto A = (2, 1, 0), se pide:

a. Vector normal al plano: (-2,-1,-2), por lo que π: -2x-y-2z-d=0

   Como A pertenece a π, sustituyendo, d=5. El plano pedido es π: 2x+y+2z=5

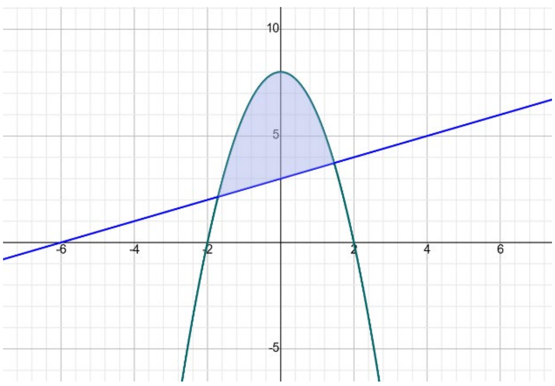
b. Si es paralelo, es de la forma ϕ: 2x+y+2z+d=0
   Imponiendo que la distancia sea 4, se obtienen dos valores para d, d=11 y d=-19
   Por lo tanto, el plano pedido es cualquiera, ϕ_1: 2x+y+2z+11=0 o ϕ_2: 2x+y+2z-19=0

Ejercicio 4. Sean las funciones $f(x) = 8 - 2x^2$ y $g(x) = \frac{x}{2} + 3$, se pide:

a. Corte de la función con el eje de abscisas en +2 y -2
   El área pedida será

$$\int_{-2}^{2} f(x)dx = 10{,}64 \text{ u}$$

b. (Se incluye el área entre las dos funciones)



c. El área es $\int_a^b (f(x) - g(x))dx$

   Para calcular los extremos de la integral, se determinan los puntos de intersección entre ambas funciones, obteniendo que se cortan en los puntos x=-1,7 y en x=1,46

   El valor final de la integral anterior es 10,64 u

Programa de contenidos mínimos y criterios de evaluación

Según dicta la Comisión Organizadora de las pruebas de acceso a la Universidad para mayores de veinticinco a cuarenta y cinco años en el BOCAM núm. 142, pg 78 del 16 de junio de 2017, el currículo de los ejercicios será el establecido para las materias de segundo curso de Bachillerato, conforme a lo determinado en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato o normativa que le sustituya (extraído del Boletín Oficial del Estado, número 3, sábado 3 de enero de 2015, sección I, página 419)

PROGRAMA DE CONTENIDO

Números y álgebra: Matrices y Determinantes

- Estudio de las matrices como herramienta para manejar y operar con datos estructurados en tablas y grafos.
- Clasificación de matrices. Operaciones.
- Aplicación de las operaciones de las matrices y de sus propiedades en la resolución de problemas extraídos de contextos reales.
- Determinantes. Propiedades elementales.
- Rango de una matriz.
- Matriz inversa.
- Representación matricial de un sistema: discusión y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.
- Método de Gauss. Regla de Cramer. Aplicación a la resolución de problemas.

Análisis. Límites, funciones continuas, derivadas e integrales

- Límite de una función en un punto y en el infinito.
- Continuidad de una función.
- Tipos de discontinuidad.
- Teorema de Bolzano.
- Función derivada. Teoremas de Rolle del valor medio. La regla de L'Hôpital. Aplicación al cálculo de límites.
- Aplicaciones de la derivada: problemas de optimización.
- Primitiva de una función. La integral indefinida. Técnicas elementales para cálculo de primitivas.
- La integral definida. Teoremas del valor medio y fundamental del cálculo integral. Aplicación al cálculo de áreas de regiones planas.

Geometría. Vectores, rectas y planos, posiciones relativas, métricas

- Vectores en el espacio tridimensional.

- Producto escalar, vectorial y mixto. Significado geométrico.
- Ecuaciones de la recta y el plano en el espacio.
- Posiciones relativas (incidencia, paralelismo y perpendicularidad en rectas y planos).
- Propiedades métricas (cálculo de ángulos, distancias, áreas y volúmenes).

Estadística y Probabilidad

- Sucesos. Asignación de probabilidades a sucesos mediante la regla de Laplace y a partir de su frecuencia relativa. Axiomática de Kolmogorov.
- Aplicación de la combinatoria al cálculo de probabilidades.
- Experimentos simples y compuestos. Probabilidad condicionada. Dependencia e independencia de sucesos.
- Teoremas de la probabilidad total y de Bayes. Probabilidades iniciales y finales y verosimilitud de un suceso.
- Variables aleatorias discretas. Distribución de probabilidad. Media, varianza y desviación típica.
- Distribución binomial. Caracterización e identificación del modelo. Cálculo de probabilidades.
- Distribución normal. Tipificación de la distribución normal. Asignación de probabilidades en una distribución normal.
- Cálculo de probabilidades mediante la aproximación de la distribución binomial por la normal.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Utilizar el lenguaje matricial y las operaciones con matrices para describir e interpretar datos y relaciones en la resolución de problemas diversos.
- Transcribir problemas expresados en lenguaje usual al lenguaje algebraico y resolverlos utilizando técnicas algebraicas determinadas (matrices, determinantes y sistemas de ecuaciones), interpretando críticamente el significado de las soluciones.
- Estudiar la continuidad de una función en un punto o en un intervalo, aplicando los resultados que se derivan de ello.
- Aplicar el concepto de derivada de una función en un punto, su interpretación geométrica y el cálculo de derivadas al estudio de fenómenos naturales, sociales o tecnológicos y a la resolución de problemas geométricos, de cálculo de límites y de optimización.
- Calcular integrales de funciones sencillas aplicando las técnicas básicas para el cálculo de primitivas.
- Aplicar el cálculo de integrales definidas en la medida de áreas de regiones planas limitadas por rectas y curvas sencillas que sean fácilmente representables y, en general, a la resolución de problemas.
- Resolver problemas geométricos espaciales, utilizando vectores.

- Resolver problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad entre rectas y planos utilizando las distintas ecuaciones de la recta y del plano en el espacio.
- Utilizar los distintos productos entre vectores para calcular ángulos, distancias, áreas y volúmenes, calculando su valor y teniendo en cuenta su significado geométrico.
- Asignar probabilidades a sucesos aleatorios en experimentos simples y compuestos (utilizando la regla de Laplace en combinación con diferentes técnicas de recuento y la axiomática de la probabilidad), así como a sucesos aleatorios condicionados (Teorema de Bayes), en contextos relacionados con el mundo real.
- Identificar los fenómenos que pueden modelizarse mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal calculando sus parámetros y determinando la probabilidad de diferentes sucesos asociados.
- Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando un conjunto de datos o interpretando de forma crítica informaciones estadísticas presentes en los medios de comunicación, en especial los relacionados con las ciencias y otros ámbitos, detectando posibles errores y manipulaciones tanto en la presentación de los datos como de las conclusiones